

微分进化算法的研究综述

苏海军, 杨煜普, 王宇嘉

(上海交通大学自动化系, 上海 200240)

摘要: 微分进化(DE)是比较新的基于群体的随机优化方法。它具有简单、快速、鲁棒性好等特点,已经得到广泛关注。不同于其它进化算法,它的变异算子是由种群中任意选取的多对向量的差值得到的。微分进化主要用于实参数优化问题,在非线性和不可微的连续空间问题上优于其它进化方法。近些年,微分进化的应用领域也是不断扩大。研究目的是总结微分进化的研究进展和应用领域,并对它的进一步研究进行展望。

关键词: 进化算法; 微分进化; 约束优化; 多目标优化

中图分类号: TP 301 **文献标志码:** A

Research on differential evolution algorithm: a survey

SU Hai-jun, YANG Yu-pu, WANG Yu-jia

(Dept. of Automation, Shanghai Jiaotong Univ., Shanghai 200240)

Abstract: Differential evolution is a relatively new population based stochastic optimization approach. It has been attracting increasing attention for it is simple, fast and robust. Unlike other evolutionary algorithms, the differential evolution uses the difference of randomly sampled pairs of vectors in the population for its mutation operators. DE is applied mainly in real parameter optimization, and outperforms other evolutionary algorithms in nonlinear and non-differentiable continuous space problems. DE has been found an increasing application in recently years. An aim of this paper is to summarize DE's researches and applications, and to give some further research issues.

Keywords: evolutionary algorithm; differential evolution; constrained optimization; multi-objective optimization

0 引言

进化算法(evolutionary algorithm),也称为进化计算(evolutionary computation)。经过 40 多年的发展,已经出现多个分支方法,包括遗传算法、遗传规划、进化策略、进化规划等等。这些方法具有自适应和稳定的特点,广泛应用于含有搜索和优化任务的问题中。与基于梯度的传统优化方法相比,进化算法是基于经过编码的一组向量,利用一些进化机制,依据适者生存的法则,通过多次迭代,找到搜索空间内的最优解。

Storn 和 Price 针对实参数优化问题提出了微分进化(differential evolution)^[1-3]算法,其主要特点是收敛速度快、可调参数少、鲁棒性好、算法简单,近些年逐渐被人们所接受,成为研究的热点之一。

1 基本微分进化

微分进化含有与其他进化算法相似的机制,最大的不

同之处是,它的变异算子是从当前种群中选取的两个或多个任意个体做差值运算,并乘以系数得到的;而其它一些进化算法的变异算子是定义的概率分布函数。

微分进化是进化算法的一个分支,与其它进化算法相比,包含着相似机理,如初始化种群,进行变异、交叉和选择操作,不断进化更新,判断停止条件,等等。下面介绍它的基本操作。

1.1 变异算子

目标向量表示为 $x_i = (x_{0,i}, \dots, x_{N-1,i})^T$, 试验向量表示为 $v_i = (v_{0,i}, \dots, v_{N-1,i})$, $i=0, 1, \dots, NP-1$, N 是目标向量的维数。下标 G 表示第 G 代。在许多文献中,经常用到 5 种变异算子,分别表示为以下 5 个表达式

$$DE/best/1; v_{i,G} = x_{best,G} + F(x_{r2,G} - x_{r3,G})$$

$$DE/rand/1; v_{i,G} = x_{r1,G} + F(x_{r2,G} - x_{r3,G})$$

$$DE/rand-to-best/1;$$

$$v_{i,G} = x_{i,G} + F_1(x_{best,G} - x_{i,G}) + F_2(x_{r1,G} - x_{r2,G})$$

$$DE/best/2; v_{i,G} = x_{best,G} + F(x_{r1,G} + x_{r2,G} - x_{r3,G} - x_{r4,G})$$

收稿日期: 2007-07-11; 修回日期: 2008-01-03.

作者简介: 苏海军(1976-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为神经网络、进化计算、数据挖掘。E-mail: hjsu@sjtu.edu.cn

$DE / rand / 2; v_{i,G} = x_{r1,G} + F(x_{r2,G} + x_{r3,G} - x_{r4,G} - x_{r5,G})$
 这里, $r1, r2, r3, r4, r5 \in [0, NP-1]$, 为各不相同的整数;
 $F > 0$. $r1, r2, r3, r4, r5$ 是在范围内任意选取的互不相等的
 整数, 它们与 i 也不相等. F 是一个实数, 用于控制差值的
 放大倍数.

1.2 交叉算子

为了增加参数向量的多样性, 由以下公式计算向量

$$u = (u_{0,i}, \dots, u_{N-1,i})^T$$

$$u_{j,i,G} = \begin{cases} v_{j,i,G}, & (rand_j[0, 1] \leq CR) \text{ or } (j = j_{rand}) \\ x_{j,i,G}, & \text{其他} \end{cases}$$

式中, $j=0, 1, \dots, N-1$; $CR \in [0, 1]$; $j_{rand} \in [0, N-1]$.

CR 是交叉概率. 如果 CR 的值较大, DE 的收敛速度
 会加快. 如果 CR 的值较小, DE 的鲁棒性会更好, 同时增
 加问题的执行时间. 上面的公式是二项式交叉算子, 许多
 文献经常采用这种形式.

1.3 选择算子

下一代个体由以下公式产生

$$x_{i,G+1} = \begin{cases} u_{i,G}, & f(u_{i,G}) < f(x_{i,G}) \\ x_{i,G}, & \text{其他} \end{cases}$$

假设所求问题为最小值. 如果 u_i 对应的目标函数值比 x_i
 对应的目标函数值小, u_i 将取代 x_i 进入到下一代种群中,
 也就是 $x_{i,G+1}$ 将被设置为 u_i 的值; 否则将在下一代种群中
 保留 x_i , 也就是 $x_{i,G+1}$ 将被设置为 x_i 的值.

1.4 参数调节

微分进化有三个参数: 差分向量的放大系数 F , 交叉控
 制参数 CR , 种群大小 NP .

(1) F 影响 DE 的收敛速度. F 变大, 会提高收敛
 速度.

(2) CR 对 DE 起到微调作用. 一般 $CR \in [0, 1]$.

(3) NP 越大, 搜索能力会加强, 但会增加 DE 的计
 算量. 一般 $NP=3 * D \sim 10 * D$, D 为向量的维数.

2 微分进化算法的发展

2.1 用于多目标优化的微分进化算法

广义微分进化(GDE)^[4] 主要是对基本 DE 的选择算子
 做了修改来处理多目标优化问题而提出的. 选择算子中的
 基本思想是: 如果试验向量支配目标向量, 则取代目标向量
 进入下一代. 为了维持解的分布和广度, 在优化过程中不
 对非支配向量排序, 也没有额外的非支配向量知识库. 虽
 然能得出满意的结果, 但是算法对于选择算子的控制参数
 过于敏感.

当试验向量和目标向量均是可行和非支配解时, 改进
 广义微分进化(GDE2)^[5] 基于拥挤度进行选择. 在所有个
 体收敛到 Pareto 前沿前, 由于该算法更倾向于使个体远离
 Pareto 前沿, 虽然改善了解的分布和范围, 但是收敛速度降
 低了, 并且对选择算子的控制变量仍然很敏感.

GDE3 算法^[6] 引入拥挤距离, 用于表示个体在非支配

集中的拥挤度. 经过一代的计算, 种群个体数量可能会增
 加. 依据非支配性和拥挤度将个体排序, 去掉较差的个体,
 将个体数量减小到原来的数量. 该算法改善了解的多样
 性, 能找到更好的收敛结果.

Abbass^[7] 提出的 PDE 算法, 根据高斯分布初始化种
 群, F 的取值也服从高斯分布, 在非支配解中执行复制操
 作. 如果后代支配其父代个体向量, 则在种群中保留该后
 代. 在 PDE 基础上, SPDE^[8] 自适应调节参数 F 和 CR , 得
 到了更好的结果.

2.2 与其它进化算法结合的混杂算法

提出混杂算法的主要目的是引入别的算法来克服该算
 法的缺点. 微分粒子群算法^[9] (DEPSO) 就是微分进化和
 粒子群算法的结合. 在奇数代, 种群进化采用 DE; 在偶数
 代, 种群进化采用 PSO. 一定程度上可以保持种群的多样
 性, 但是这种结合过于简单.

文献[10-11] 结合文化算法^[12] (cultural algorithms), 提
 出了文化微分进化算法(CDE), 解决优化约束问题. 文化
 算法由种群空间和信念空间两部分组成. 种群空间由表示
 问题的一组个体组成, 可以由基于群体的技术来模型化.
 信任空间就是知识库, 个体将各自的经验保存到知识库中,
 其它个体可以间接使用. 在文化算法中, 个体信息是可以
 由整个种群使用的. 两个空间通过通信协议连接. 在种群
 空间中使用微分进化, 在信任空间中使用了情景知识、规范
 知识、地形知识和历史知识.

2.3 保持种群多样性的微分进化算法

以群体为基础的算法需要平衡一对矛盾, 即探索和开
 发. 前者表示探索空间内的不同区域的能力, 后者表示接
 近最优解的能力. 有效的控制探索和开发的关系, 可以改
 善算法的收敛性能. 探索能力主要受到种群多样性的影
 响, 因此通过控制种群多样性, 可以有效的平衡算法的探
 索和开发. 目前主要有三种方式改善多样性: (1) 当多样
 性降低时, 为种群加入新的信息; (2) 采用新的变异或交
 叉机制; (3) 将种群分成多个子种群, 子种群分别进化.

针对约束问题, 文献[13] 提出了一种基于多种群的微
 分进化(MDE)算法. 该方法将种群分成多个子群, 进行变
 异算子时, 随机选取的个体来自互不相同的子群. 每隔一
 定代数, 对整个种群进行重组操作, 每个个体由随机选择
 的两个不同子群的最好个体产生, 然后重新划分子群, 这
 样可以将各子群的最好个体信息保留下来.

Montes^[14] 允许每个个体向量可以产生 n_0 个后代, 选
 取最好的后代进入下一代, 这样可以增加产生更优后代的
 概率. 另外, 在每个个体与其最好后代之间进行选择时, 定
 义了一个选择概率 S_r , 表示选择原个体向量进入下一代
 的概率. 随着算法的进化, S_r 的值由大到小变化. 由于每
 个个体需要产生 n_0 个后代, 也就需要多计算 n_0 次目标
 函数和约束计算, 显然该算法的计算量增加了许多.

Chakraborty^[15] 认为基本 DE 探索能力弱, 开发能力强,

难于逃离局部最优值。为克服基本 DE 的缺点,提出了 DELG 算法。每个个体向量需要执行两次变异操作,即局部变异和全局变异。两次变异经过加权计算产生变异向量这样,在进化初期,强调局部变异策略,有助于算法的探索能力,可以避免 DE 陷入局部最优;随着不断进化,全局变异策略得到加强,有助于算法的开发能力。

Takahama 将用于 PSO 的 ϵ 约束方法^[16]用于 DE 算法中,提出了 ϵ DE^[17]。该算法加入了基于梯度的变异操作,它的执行概率为 P_g ;当变异操作产生非可行向量时,至多允许重复变异操作 R_g 次。每一代中均保留 N_e 个精英个体向量,当新产生由于精英个体向量的后代时,新的优秀个体将取代该精英个体。虽然 ϵ DE 能求解出比较满意的结果,但是执行梯度变异操作增加了不少计算量。

Fan^[18-19]提出一种三角法微分进化算法(TDE)。主要特点是采用了三角法变异算子,这种变异算子是三个个体的差值经过加权组合而成,变异后的试验向量波动较为稳定;而且具有能够朝着三个个体中更好的个体方向进化。该算法能够较好的平衡收敛速度和鲁棒性。

2.4 二进制微分进化算法

由二进制 PSO 算法(BinPSO)和角度调制 PSO(AMP-SO)引出角度调制微分进化算法(AMDE)^[20]。角度调制技术主要用在信号处理领域。角度调节就是使用一个三角函数把一串连续空间数转变成产生一串二进制数,而标准 DE 用于优化三角函数的系数,这样,通过角度调节技术,就实现了从连续空间向二进制空间的映射。如果三角函数的结果是正数,则该位置标记为 1;反之则标记为 0。DE 算法只需优化三角函数的系数,而不是待解决问题的原始变量。

2.5 调整参数的微分进化算法

微分进化的参数较少,但是在一些方法中,其参数因问题不同而需要人工调整。参数适应和自适应调整能够使微分进化算法使用更方便,可调参数更少,是今后发展的主要方向。

Liu^[21-22]提出了一种模糊自适应微分进化算法(FADE)。该方法的基本思想是运用模糊逻辑规则控制 DE 的变异控制参数 F 和交叉控制参数 CR 。它引入两个变量, PC 表示相邻两代对应的个体的幅值变化, FC 表示相邻两代对应的个体的函数值的变化。FADE 的优化结果和收敛速度优于基本 DE。

Qin^[23]提出了一种自适应微分进化算法(SaDE)。个体利用两个概率值 p_1, p_2 来选择使用两种变异算子。 p_1 和 p_2 由本代个体使用某一种变异算子进入下一代和未进入下一代的个体数量决定。另外, F 和 CR 取值服从正态分布。在此基础上,文献[24]将可使用的变异算子增加到四种,处理的问题由无约束问题改为约束问题,得到了较好的结果。

Brest^[25]的算法(jDE)中,每个个体在每一代都有自己的 F 和 CR 相对应,而且可以随着种群一起进化。经过改进后, jDE-2^[26]使用三种变异策略,每个个体在每一代分别

有三个 F 和三个 CR 。该算法对于等式约束较多的问题,不易找到最优值。

3 微分进化算法的应用

微分进化主要用于实参数优化问题,解决问题包括单目标无约束和有约束优化、混合整数非线性规划、多目标优化、含噪声问题^[27]、并行优化、动态系统优化等问题。

随着 DE 的发展,其应用领域也不断扩大。在经济方面, Chiou^[28]将微分进化用于优化大规模经济分配问题;翟捷等人^[29]将微分进化用于优化保险公司的投资组合问题。在医学方面, Abbass^[30]将 PDE 与神经网络结合,用于疾病预测。在信号处理方面, Storn^[31]将基本 DE 用于有约束条件的函数系统设计问题,该设计方法可用于信号滤波设计、电路参数设计和机械外形设计中。在工业控制和设计方面, Kilkki^[32]将微分进化用于大型冗余并行操作器上,为合理调控工业机器人提供了有效解决方案; Chang^[33]基于多元梯度求和法(MGS)和微分进化,优化安装在不均衡系统中的三相有效功率调节器; Lampinen^[34]运用 DE 求解含有整数、离散变量和连续变量的非线性规划问题,为齿轮传动设计、容器设计和弹簧设计提供方便快捷的解决方案; Hu^[35]使用特征值法和 TDE 来优化脉宽调制,抑制剩余斜波对它的影响,结果优于遗传算法。在环保方面, Booty^[36]将线性规划和微分进化用于优化模块,在环境决策支持系统中提供有效的解决方案,以减小或消除有害物质对湖泊的污染。在参数估计方面, Chiou^[37]通过加入加速和迁移操作,在不降低多样性的前提下提高了 DE 收敛速度,并将其应用到一种复合发酵过程模型的参数估计中。在生产调度方面, Onwubolu^[38]将 DE 应用到含有离散变量和约束条件的 flow shops 问题中,与遗传算法相比,DE 得到的结果更有效,执行更方便;孔晓红等人[39]使用微分进化研究多处理机任务调度问题。在神经网络方面, Zhu^[40]使用 DE 优化一种前向神经网络的权值和隐含偏差。在路径规划方面,冯琦等人^[41]将微分进化用于大范围、多障碍环境的机器人路径规划问题。

4 微分进化算法的研究展望

微分进化是一种新型的启发式进化算法,由于其进化速度快,使用方便,已经得到广泛关注。与遗传算法相比,远没有它那样具有广泛的应用领域和坚实的理论基础,仍然有许多问题还需要进一步深入研究:

(1) 算法应用领域的研究。目前研究的问题主要集中在单目标无约束和有约束问题、多目标问题、混合整数非线性问题、神经网络的训练等等。应用领域已经覆盖到经济、医学、管理、环境、工业控制、信号处理等方面。

模式分类问题是近十几年来的热点问题,一些进化算法,如遗传算法,已经有许多文献报道。微分进化算法具备处理这类问题的能力,但很少有相关的研究文献,相关研究人员可以在数据挖掘领域探索有效的微分进化算法。

另外, 路径规划、模糊系统的结构优化、故障检测等问题也是应用研究的方向。针对有实时性要求的系统, 发展快速、并行的微分进化算法是值得研究的方向。

(2) 算法的改进研究。虽然微分进化执行方便, 但是参数的选择仍然因问题不同而有所变化。如何合理的选择参数, 仍然没有统一的选择方法。许多文献提出自适应策略、模糊逻辑策略等方法在算法计算过程中自动调节参数, 有效的减少了参数取值的麻烦。针对某一类问题, 研究参数设定数目更少或不需要参数设定的算法, 是研究人员关注的方向之一。

对于采用二进制编码的问题, 微分进化算法不能直接处理, 相关的文献很少。如果能够找到有效的二进制编码解决方法, 可以拓宽微分进化的应用领域。

在含噪声系统优化问题中, 需要克服噪声的干扰; 在动态系统的优化问题中, 要求算法能够迅速调整才能跟上系统的变化。微分进化用于优化这些问题, 取得了一些进展, 今后仍有待进一步研究。

目前, 已有许多文献针对多目标优化问题和约束优化问题做出了相应的算法改进。为了发展收敛更好、适应能力更强的微分进化算法, 这些问题仍是研究的主要方向。

(3) 混合方法的研究。与其它优化方法的结合, 可以有效的克服微分进化本身的缺点。目前已经和 PSO、文化算法、人工神经网络等有效结合。寻找能够有效结合的混合方法, 也是研究的热点之一。

(4) 关于微分进化计算方法的相关理论分析, 还比较缺乏。没有合理的数学解释, 是微分进化的一个缺憾。算法的收敛性分析、复杂度分析仍然是值得研究的方向。

5 结束语

微分进化算法是一种基于种群的进化算法, 已经得到许多研究人员的重视。本文阐述了它的研究进展, 提出进一步的研究方向, 以促进微分进化的进一步发展和应用。

参考文献:

- [1] Storn R, Price K. Differential evolution—a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces [R]. *Technical Report TR-95-012, ICSI*, 1995.
- [2] Storn R and Price K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces [J]. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11: 341-359.
- [3] Storn R and Price K. Minimizing the real functions of the ICEC'96 contest by differential evolution [C] // *IEEE Conference on Evolutionary Computation, Nagoya*, 1996: 842-844.
- [4] LAMPINEN J. DE's selection rule for multi-objective optimization [R]. *Technical Report, Lappeenranta University of Technology, Department of Information Technology*, 2001.
- [5] Kukkonen S, Lampinen J. An extension of generalized differential evolution for multi-objective optimization with constraints [C] // *Proceedings of The 8th International Conference on Par-*

allel Problem Solving from Nature (PPSN VIII), Birmingham, Finland, 2004: 752-761.

- [6] Kukkonen S, Lampinen J. GDE3: The third evolution step of generalized differential evolution [C] // *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2005: 443-450.
- [7] Abbass H A, Sarker R, Newton C. PDE: A pareto-frontier differential evolution approach for multi-objective optimization problems [C] // *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2002: 971-978.
- [8] Abbass H A. The self-adaptive pareto differential evolution algorithm [C] // *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2002: 831-836.
- [9] Zhang W J, Xie X F. DEPSO: hybrid particle swarm with differential evolution operator [C] // *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2003: 3816-3821.
- [10] Becerra R L, Coello C A C. Optimization with constraints using a cultured differential evolution approach [C] // *GECCO 05, Washington, USA*, 2005: 27-34.
- [11] Becerra R L, Coello C A C. Cultured differential evolution for constrained optimization [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006, 195: 4303-4322.
- [12] Reynolds R G. An introduction to cultural algorithms [C] // *Proceedings of the 3rd Annual Conference on Evolutionary Programming*, 1994: 131-139.
- [13] Tasgetiren M F, Suganthan P N. A multi-populated differential evolution algorithm for solving constrained optimization problem [C] // *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2006: 33-40.
- [14] Montes E M, Velazquez-Reyes J, Coello C A C. Modified differential evolution for constrained optimization [C] // *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2006: 332-339.
- [15] Chakraborty U K, Das S, Konar A. Differential evolution with local neighborhood [C] // *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2006: 2042-2049.
- [16] Takahama T, Sakai S. Constrained optimization by the constrained particle swarm optimizer with level control [C] // *Proceeding of the 4th IEEE International Workshop on Soft Computing as Transdisciplinary Science and Technology (WSTST'05), Muroran, Japan*, 2005: 1019-1029.
- [17] Takahama T, Sakai S. Constrained optimization by the constrained differential evolution with gradient-based mutation and feasible elites [C] // *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2006: 1-8.
- [18] Fan H Y, Lampinen J. A trigonometric mutation approach to differential evolution [C] // *Proceedings of the EUROGEN2001 Conference, Athens, Greece*, 2001: 19-21.
- [19] Fan H Y, Lampinen J. A trigonometric mutation operation to differential evolution [J]. *Journal of Global Optimization*, 2003, 27: 105-129.
- [20] Pampara G, Engelbrecht A P, Franken N. Binary differential evolution [C] // *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2006: 1873-1879.
- [21] Liu J, Lampinen J. A fuzzy adaptive differential evolution algo-

- rithm[J]. *Soft Computing*, 2005, 9: 448-462.
- [22] Liu J H, Lampinen J. Adaptive parameter control of differential evolution[C] // *Proceedings of MENDEL, 8th International Mendel Conference on Soft Computing*, 2002: 19-26.
- [23] Qin A K, Suganthan P N. Self-adaptive differential evolution algorithm for numerical optimization[C] // *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2005: 1785-1791.
- [24] Huang V L, Qin A K, Suganthan P N. Self-adaptive differential evolution algorithm for constrained real-parameter optimization[C] // *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2006: 17-24.
- [25] Brest J, Greiner S, Boskovic B, et al. Self-adapting control parameters in differential evolution: a comparative study on numerical benchmark problems[J]. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2006, 10(6): 646-657.
- [26] Brest J, Zumer V, Maucec M S. Self-adaptive differential evolution algorithm in constrained real-parameter optimization[C] // *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2006: 215-222.
- [27] Rahnamayan S, Tizhoosh H R, Salama M M A. Opposition-based differential evolution for optimization of noisy problems[C] // *IEEE Congress on Evolutionary Computation, July 2006*: 1865-1872.
- [28] Chiou J P. Variable scaling hybrid differential evolution for large-scale economic dispatch problems[J]. *Electric Power System research*, 2007, 77: 212-218.
- [29] 翟捷, 王春峰, 李光泉. 基于差分进化方法的投资组合管理模型[J]. *天津大学学报(自然科学与工程技术版)*, 2002, 35(3): 304-308.
- [30] Abbass H A. An evolutionary artificial neural networks approach for breast cancer diagnosis[J]. *Artificial Intelligence in Medicine*, 2002, 25: 265-281.
- [31] Storn R. System design by constraint adaptation and differential evolution[J]. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 1999, 3(1): 22-34.
- [32] Kilki J, Huapeng W, Handroos H. Applying the differential evolution algorithm to the optimisation of the redundant parallel manipulator[J]. *Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control*, 223-228.
- [33] Chang H C, Chang T T. Optimal installation of three-phase active power line conditioners in unbalanced distribution systems[J]. *Electric Power Systems Research*, 2001, 57(3): 163-171.
- [34] Lampinen J. Solving engineering optimization problems by applying differential evolution[J]. *Applied Computational Intelligence to Engineering and Business, Lecture Notes of the Nordic, Baltic and Northwest Russian Summer School NBR' 2000*, 2000: 92-115.
- [35] Hu S Y, Huang H, Czarkowski D. Hybrid trigonometric differential evolution for optimizing harmonic distribution[C] // *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, 2005: 1306-1309.
- [36] Booty W G., Lam D C L, Wong I W S, et al. Design and implementation of an environmental decision support system[J]. *Environmental Modelling and Software*, 2001, 16(5): 453-458.
- [37] Chiou J P, Wang F S. Estimation of Monod model parameters by hybrid differential evolution[J]. *Bioprocess and Biosystems Engineering*, 2001, 24: 109-113.
- [38] Onwubolu G, Davendra D. Scheduling flow shops using differential evolution algorithm[J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 171: 674-692.
- [39] 孔晓红, 须文波. 基于差分进化算法多处理机任务调度研究[J]. *微计算机信息(测控自动化)*, 2006, 22: 184-186.
- [40] Zhu Q Y, Qin A K, Suganthan P N, et al. Evolutionary extreme learning machine[J]. *Pattern Recognition*, 2005, 38: 1759-1763.
- [41] 冯琦, 周德云. 基于微分进化算法的时间最优路径规划[J]. *计算机工程与应用*, 2005, (12): 74-75.